

Thầy Danh.

30

ĐẠI HỌC NÔNG LÂM TP. HCM
KHOA KHOA HỌC

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập – Tự do – Hạnh phúc

ĐỀ THI MÔN TOÁN C2

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Câu 2: Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + mx_3 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $m = 1$.
- Định m để hệ phương trình có nghiệm.

Câu 3: Trong không gian \mathbb{R}^3 cho 2 vectơ $v_1 = (1, -1, 3)$, $v_2 = (1, 1, 2)$.

Gọi $W = \{x \in \mathbb{R}^3 / x \perp v_1; x \perp v_2\}$

Chứng minh rằng: W là một không gian con của \mathbb{R}^3 . Tìm dim W và một cơ sở của W .

Câu 4: Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ là ma trận của ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ trong cơ sở $E = \{e_1 = (1, 1, 0); e_2 = (1, 0, 1), e_3 = (0, 1, 1)\}$. Xác định $f(x_1, x_2, x_3)$; $\ker f$ và $\text{Im} f$.

Câu 5: Hãy nhận dạng đường bậc 2 sau:

$$(C): 11x^2 + 24xy + 4y^2 - 15 = 0$$

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

1

ĐỀ THI TOÁN C2
(Thời gian làm bài: 90 phút)

Câu 1: (2 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 5x_4 = -13 \\ 4x_1 - 6x_2 + x_3 - x_4 = 14 \\ 6x_1 - 9x_2 + x_3 + 2x_4 = 13 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 9 \end{cases}$$

Câu 2: (3 điểm) Trong không gian vectơ R^4 cho các không gian con :

$$W_1 = \{(x, y, z, t) \in R^4 / y - 2z + t = 0\}.$$

$$W_2 = \{(x, y, z, t) \in R^4 / x = t, y = 2z\}.$$

a/. Tìm cơ sở, số chiều của các không gian con $W_1, W_2, W_1 \cap W_2$.

b/. Chứng minh rằng $W_1 + W_2 = R^4$.

Câu 3: (2 điểm) Trong không gian R^3 cho

$$B(m) = \{u_1 = (m-7, -10, -12), u_2 = (12, m+19, 24), u_3 = (-6, -10, m-13)\}.$$

a/. Tìm m để $B(m)$ là một cơ sở của R^3 , trong trường hợp đó hãy tính tọa độ của $u = (m, 2m, 0)$ trong cơ sở $B(m)$.

b/. Tìm ma trận chuyển từ cơ sở $B(0)$ sang cơ sở $B(2)$.

Câu 4: (3 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ -4 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ $P = \begin{bmatrix} -1 & -7/2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
 $P^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 2 & 2 & 4 \\ -2 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

Tìm ma trận P làm chéo hóa A . Xác định dạng chéo $P^{-1}AP$.

$$D = P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad A = P^{-1}DP = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -177148 \\ 2 & 2 & 236196 \\ -2 & -2 & -177148 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -177149 & -177149 \\ 0 & 236197 & 236197 \\ 0 & -177149 & -177149 \end{bmatrix}$$

Lưu ý: cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

ĐỀ THI MÔN TOÁN C2

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1 (2 điểm): Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha+1 & -1 \\ 2 & \alpha & -1 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Với $\alpha = 5$, tìm ma trận nghịch đảo của A .
- Tìm tất cả các giá trị của α để ma trận A không khả nghịch.

Câu 2 (3 điểm):

a. Tìm hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 0 \\ 4 & -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$.

b. Tìm một cơ sở của không gian con nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Câu 3 (4 điểm): Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ được xác định bởi

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, 3x_1 - x_2)$$

- Hãy tìm một cơ sở và số chiều của mỗi không gian con $\text{Im}f$, $\text{ker}f$.
- Gọi A là ma trận biểu diễn của f đối với hai cơ sở $B = \{(1, 1), (1, 2)\}$ và $B' = \{(-1, 2), (1, 3)\}$ của không gian \mathbb{R}^2 , tức là $A = [f]_{BB'}$. Hãy xác định A .
- Cho $x = (4, 7)$, tìm $[x]_B$. Dựa vào A và $[x]_B$, tìm $f(4, 7)$.
- Tìm ma trận P làm chéo hóa ma trận A . Xác định ma trận chéo $P^{-1}AP$.

Câu 4 (1 điểm): Hãy nhận dạng đường bậc hai có phương trình là

$$11x^2 + 24xy + 4y^2 - 15 = 0.$$

ĐỀ THI TOÁN C2
(Thời gian làm bài: 90 phút)

Câu 1: (2 điểm) Tìm ma trận X thỏa điều kiện

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Câu 2: (2 điểm) Cho A là ma trận vuông cấp n có $\det(A) = a$. Tính $\det(-A)$ theo a và n .

Câu 3: (4 điểm) Cho W_1 và W_2 lần lượt là các không gian con nghiệm của các hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_4 = 0 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

Tìm cơ sở và số chiều cho mỗi không gian con W_1 , W_2 , $W_1 + W_2$ và $W_1 \cap W_2$.

Câu 4: (2 điểm) Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4x - 12$
 $\lambda = 2 \quad (1, -1, 4)$
 $\lambda = 2 \quad (-1, 0, 1)$
 $\lambda = 3 \quad (-1, 1, 1)$
Tính A^{50} .
 $P = \begin{bmatrix} -1 & -1/4 & -1 \\ 0 & -1/4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$
 $P^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 4/5 & 0 & 4/5 \\ 4/5 & 4/5 & 1/5 \end{bmatrix}$
 $A^{50} = P^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}^{50} P$

Câu 5: (1 điểm) Đưa dạng toàn phương cho sau về dạng chính tắc.

$$f(x, y, z) = xy - yz + xz$$

Lưu ý: cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm