

MỘT SỐ HÀM SINH TRƯỞNG THỰC NGHIỆM DÙNG ĐỂ MÔ TẢ SINH TRƯỞNG CỦA CÂY GỖ VÀ RỪNG TRỒNG THUẦN LOÀI ĐỒNG TUỔI

(Xem Sách tham khảo: [Những cách thức và phương pháp xử lý số liệu trong lâm học](#))

Kí hiệu:

- A (năm) = Tuổi cây gỗ và quần thụ (Rừng).
- D (cm) = Đường kính ngang ngực.
- D_h (m) = Đường kính ở vị trí h bất kì hay độ thon thân cây.
- (D_h/D) = Đường kính tương đối.
- H (m) = Chiều cao toàn thân cây.
- h (m) = Chiều cao từ gốc đến vị trí h bất kì.
- (h/H) = Chiều cao tương đối.
- V (m³) = Thể tích thân cây.
- G (m²/ha) = Tiết diện ngang của rừng.
- M (m³/ha) = Sản lượng hay trữ lượng gỗ của rừng.
- $Y = D, H, V, G, M$.
- SI (m) = Chỉ số lập địa rừng.

Bảng 1. Một số hàm mô tả quá trình sinh trưởng của cây gỗ và rừng

TT	Tên hàm số	Năm	Hình thái của hàm
1	Gompertz	1825	$Y = m \times \exp(-b \times \exp(-c \times A))$
2	Logistic	1838	$Y = \frac{m}{(1 + b \times \exp(-c \times A))}$
3	Monomolecular		$Y = m \times (1 - b \times \exp(-c \times A))$
4	Schumacher	1939	$Y = m \times \exp(-b/A^c)$

5	Korf	1929	$Y = m \times \exp(-b \times A^{-c})$
6	Korf	1939	$Y = m \times \exp((b/(1-c)) \times A^{1-c})$
7	Weibull		$Y = m \times (1 - \exp(-b \times A^c))$
8	Bertalanffy	1957	$Y = m \times (1 - \exp(-b \times A))^3$
9	Chapman – Richards	1959	$Y = m \times (1 - \exp(-b \times A))^c$
10	Chapman – Richards	1959	$Y = m \times (1 - B \times \exp(-b \times A))^c$
11	Korsun – Strand	1964	$Y = A^2 / (b_0 + b_1 \times A + b_2 \times A^2)$
12	Sloboda	1971	$Y = m \times \exp(-b_1 \times \exp(-b_2 \times A^{b_3}))$
13	Kumaraswamy	1980	$Y = m \times (1 - (1 - (A/A_{Max})^{b_1})^{b_2})$
14	Lũy thừa		$Y = m \times A^b$
15	Nguyễn Văn Thêm	2025(d)	$Y = K \times \exp(b \times (1 - \exp(-c \times A)))$
16	Nguyễn Văn Thêm	2025(e)	$Y = K \times \exp(b \times (1 - \exp(-c \times A^d)))$

Bảng 2. Một số hàm thực nghiệm mô tả quá trình sinh trưởng của cây gỗ và rừng tùy thuộc vào A, D, H, G, N và chỉ số lập địa (SI)

TT	Hình thái của hàm
Các hàm ước lượng $V = f(D, H)$	
1	$V = a \times (D^2 \times H)$
2	$V = a \times (D^2 \times H)^b$
3	$V = a + b \times (D^2 \times H)$
4	$V = a + (D^2 \times H)^c$
5	$V = a + (D^b \times H^c)$
6	$V = a + b \times (D^2 H) + c \times (D^d \times H^e)$. Nguyễn Văn Thêm
Hình số $F_{1.3} = a \times \exp(-b \times X) + k$ với $X = A, D, H$	
Hàm ước lượng V lũy kế theo các phân đoạn trên thân cây gỗ	
7a	$V = \exp(-a_0 + a_1 \times \ln(D \times H) - a_2 \times (h/H)^{a_3})$. Nguyễn Văn Thêm

- 7b $V = \exp(-a_0 + a_1 \times \ln(D^{a_2} \times H^{a_3}) - a_4 \times (h/H)^{a_5})$. Nguyễn Văn Thêm
 8a $V = \exp(-a_0 + a_1 \times \ln(D \times H) - a_2 \times (Dh/D)^{a_3})$. Nguyễn Văn Thêm
 8b $V = \exp(-a_0 + a_1 \times \ln(D^{a_2} \times H^{a_3}) - a_4 \times (Dh/D)^{a_5})$. Nguyễn Văn Thêm

Các hàm ước lượng $V = f(A, D, H, N$ và SI)

- 9 $V = b_0 + b_1 \times A + b_2 A^2 + b_3 \times (D^2 H) - b_4 \times (SI/H)$
 10 $V = b_0 + b_1 \times (D^2 H) - b_2 \times (SI/H)$
 11 $V = \exp(b_0 + b_1 \times A + b_2/A + b_3 \times \ln(SI) + b_4 \times \ln(N))$
 12 $V = \exp(b_0 + b_1 \times A + b_2/A^{b_3} + b_4 \times \ln(SI) + b_5 \times \ln(N))$
-

Các hàm ước lượng $M = f(A, G$ và SI)

- 13 $M = \exp(b_0 + b_1 \times \ln(SI) - b_2 \times A^{-b_3})$. Nguyễn Văn Thêm
 14 $M = b_0 \times \exp(b_1 \times A^{b_2} + b_3/\exp(SI/A))$. Nguyễn Văn Thêm
 15 $M = \exp(b_0 + b_1 \times G + b_2 \times \ln(A) + b_3 \times (SI/A))$
 16 $M = \exp(b_0 + b_1 \times SI + b_2 \times \ln(G) + b_3/A)$
-

Các hàm ước lượng tăng trưởng G và M ($Y = G, M$)

- 17 $ZY = a_0 + a_1 \times A + a_2 \times A^2 + a_3 \times Y + a_4 Y^2$
 18 $\Delta Y = b_0 + b_1 \times A + b_2 \times A^2 + b_3 \times Y + b_4 \times Y^2$
-

Bảng 3. Những thống kê đánh giá sai lệch giữa hàm hồi quy ước lượng ($Y_J = D, H, V, F_{1,3}, G, M$) và Y_i thực nghiệm

TT	Thống kê	Công thức
1	Hệ số xác định	$R^2 = (1 - \frac{SSE}{SST})100$
2	Tổng sai lệch bình phương	$SSE = \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_J)^2$
3	Tổng sai lệch bình phương toàn bộ	$SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{Bq})^2$
4	Sai số ước lượng	$RMSE = SEE = \sqrt{SSE/(n - p)}$
5	Bình phương trung bình do hồi quy	$MSR = \frac{SSR}{p}$

6	Bình phương trung bình do sai số	$MSE = \frac{SSE}{n - p}$
7	Kiểm định F của Fisher	$F = \frac{MSR}{MSE}$
8	Sai số tuyệt đối trung bình	$MAE = ((Y_i - Y_j)/n) $
9	Sai số tuyệt đối trung bình theo phần trăm	$MAPE = (MAE/Y_i) \times 100$
10	Sai số trung bình (Bias)	$ME = (Y_i - Y_j)/n$
11	Sai số trung bình theo phần trăm (Bias%)	$MPE = ((Y_i - Y_j)/Y_i) \times 100$
12	Chỉ số phù hợp	$FI = 1 - \frac{(Y_i - Y_j)^2}{(Y_i - Y_{BQ})^2}$
13	Tiêu chuẩn thông tin Akaike	$AIC = n \times \ln(SSE/n) + 2 \times p$
15	Tiêu chuẩn thông tin Bayes	$BIC = n \times \ln(SSE/n) + p \times \ln(n)$
15	Tiêu chuẩn U của Theil	$U = \frac{SEE}{\sqrt{Y_j^2/n} + \sqrt{Y_i^2/n}}$

Ghi chú: n = Dung lượng quan sát; p = số lượng tham số của hàm hồi quy

Quy tắc quyết định

Đối với hàm sinh trưởng tốt nhất hay hàm sinh trưởng tối ưu, $R^2 = 1$; $SSE = 0$; $SEE = 0$; $MAE = 0$; $MAPE = 0$; $ME = 0$; $MPE = 0$; $FI = 1$; $AIC = 0$, $BIC = 0$; $U = 0$. Vì thế, khi chọn nhiều hàm dự tuyển hay so sánh, thì hàm sinh trưởng phù hợp nhất là hàm có R^2_{Max} , SSE_{Min} , SEE_{Min} , MAE_{Min} , $MAPE_{Min}$, ME_{Min} , MPE_{Min} , AIC_{Min} , BIC_{Min} , FI_{Min} , U_{Min} .

Theo quan điểm thực hành, mục đích của phân tích hồi quy là xác định hàm hồi quy mô tả quan hệ giữa Y và X với sai lệch nhỏ nhất. Theo mục đích này, **hàm hồi quy thích hợp nhất được chọn theo tiêu chuẩn Min(SSE hoặc SEE)**.